NUEVOS AVANCES EN EL TRATAMIENTO
DE LA INCERTIDUMBRE

NEUTROSOFIA

MAIKEL LEYVA VÁZQUEZ
FLORENTIN SMARANDACHE



Maikel Leyva Vázquez, Florentin Smarandache
Neutrosofía: Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre

Revisores:

Neilys González Benítez
Centro Meteorológico de Pinar del Rio, Pinar del Rio, Cuba
neilysgonzalezbenitez@gmail.com

Karina Pérez Teruel
Universidad Abierta Para Adultos, Santiago de los Caballeros, República Dominicana
karinapt@gmail.com

Lorenzo Cevallos Torres
Universidad de Guayaquil, Guayaquil, Ecuador
lorenzo.cevallost@ug.edu.ec

Maikel Leyva Vázquez ▪ Florentin Smarandache

Neutrosofía:

Nuevos avances en el tratamiento de la incertidumbre

pons

Bruselas, 2018

Pons Publishing House / Pons asbl
Quai du Batelage, 5
1000 - Bruxelles
Belgium

DTP: George Lukacs

ISBN 978-1-59973-572-6

Contenido

Prefacio

La neutrosofía es una nueva rama de la filosofía la cual estudia el origen, naturaleza y alcance de las neutralidades creada por el Profesor Florentin Smarandache. La lógica y los conjuntos neutrosóficos por su parte, constituyen una generalización de la lógica y los conjuntos difusos de Zadeh, y especialmente de la lógica intuicionista de Atanassov, con múltiples aplicaciones en el campo de la toma de decisiones, segmentación de imágenes y aprendizaje automático, por citar solo algunos ejemplos.

El presente libro muestra los avances en la neutrosofía llevados al idioma español. Además, presenta implementaciones computacionales utilizando los cuadernos de Jupyter. Constituye un avance a la aplicación de la neutrosofía en distintas situaciones prácticas. Es un avance en especial para el público para los hispanoparlantes. El capítulo 1 aborda la introducción a la neutrosofía y su evolución. El capítulo 2 está dedicado a distintos modelos de toma de decisiones. El capítulo 3 por su parte es dedicado a los modelos de recomendación basados en conocimiento y el capítulo 4 a los mapas cognitivos neutrosóficos.

El autor Maikel Leyva Vázquez quiere agradecer
a Rebeca Escobar Jara por sus valiosas contribuciones
y el diseño de la portada del libro
Rebeca:

Cuando hay luz la sombra se pega a tu cuerpo.
Seré como esa sombra oscura y visible,
que te acompañe siempre.

Agradecimiento especial a Florentin Smarandache por la oportunidad de publicar junto a él y su grandioso legado en el arte y la ciencia.

CAPÍTULO 1

Fundamentos de la Lógica y los Conjuntos Neutrosóficos

La neutrosofía es una nueva rama de la filosofía [1] la cual estudia el origen, naturaleza y alcance de las neutralidades, así como sus interacciones con diferentes espectros ideacionales: (A) es una idea, proposición, teoría, evento, concepto o entidad; anti (A) es el opuesto de (A); y (neut-A) significa ni (A) ni anti (A), es decir, la neutralidad entre los dos extremos [2]. Etimológicamente *neutron-sofía* [Frances *neutre* < Latin *neuter*, neutral, y griego *sophia*, conocimiento] significa conocimiento de los pensamiento neutrales y comenzó en 1995.

Su teoría fundamental afirma que toda idea <A> tiende a ser neutralizada, disminuida, balaceada por <noA> las ideas (no solo <antiA> como Hegel planteó)- como un estado de equilibrio.

<noA> = lo que no es <A>,

<antiA> = lo opuesto a <A>, y

<neutA> = lo que no es <A> ni <antiA>.

En su forma clásica <A>, <neutA>, <antiA> son disjuntos de dos en dos.

Como en varios casos los límites entre conceptos son vagos a imprecisas, es posible que <A>, <neutA>, <antiA> (y <nonA> por supuesto) tengan partes comunes dos en dos también.

Esta teoría ha constituido la base para la lógica neutrosófica [3], los conjuntos neutrosóficos [4], la probabilidad neutrosófica, y la estadística neutrosófica y múltiples aplicaciones prácticas [5].

1.1 Antecedentes

El conjunto difuso (FS por sus siglas en inglés) fue introducido por L. Zadeh [6] en 1965, planteando que cada elemento tiene un grado de pertenencia la teoría clásica de conjuntos, añadiendo una función de pertenencia [7].

La función de pertenencia o inclusión $\mu_a(t)$ indica el grado n en que la variable t está incluida en el concepto representado por la etiqueta A [8]. Para la definición de estas funciones de pertenencia se utilizan convenientemente ciertas familias de funciones, por coincidir con el significado lingüístico de las etiquetas más utilizadas. Las más utilizadas con mayor frecuencia son triangular, trapezoidal y gaussiana (Figura 1.1).

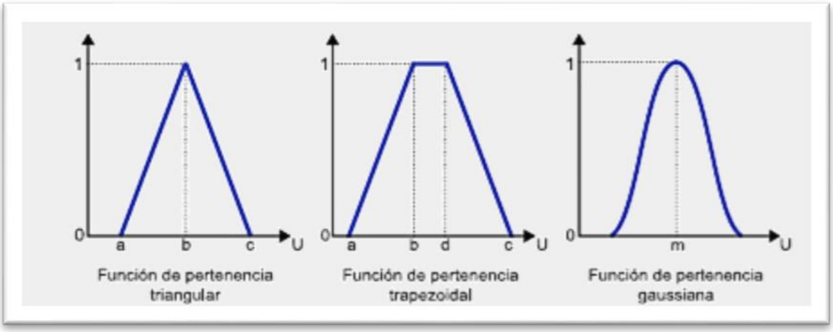


Figura 1.1 Representación gráfica de las funciones de pertenencia triangular, trapezoidal y gaussiana [9].

El conjunto difuso intuicionista (IFS por sus siglas en inglés) en un universo X fue introducido por K. Atanassov [10] como una generalización de los FS, donde además del grado de pertenencia $\mu_A(x) \in [0,1]$ de cada

elemento x a un conjunto A se consideró un grado de no pertenencia $\nu_A(x) \in [0,1]$, pero tal que para $x \in X, \mu_A(x) + \nu_A(x) \leq 1$.

Otro antecedente lo encontramos en Belnap [11] quien definió una lógica de cuatro valores, con verdadero (T), falso (F), desconocida (U) y contradictorio (C). Utilizó bi-retículo donde los cuatro componentes estaban interrelacionados.

Se propuso el término "neutrosófico" porque "neutrosófico" proviene etimológicamente de la "neutrosofía", que significa conocimiento del pensamiento neutro, y este tercer / neutral representa la distinción principal, es decir, la parte neutra / indeterminada / desconocida (además de la "verdad" / "pertenencia" y "falsedad" Componentes de "no pertenencia" que aparecen en la lógica borrosa / conjunto). NL es una generalización de la lógica difusa de Zadeh (LD), y especialmente de la lógica difusa intuitiva (LDI) de Atanassov, y de otras lógicas.

1.2 Conceptos Fundamentales

Sea U ser un universo de discurso, y M un conjunto incluido en U. Un elemento x de U se anota con respecto al conjunto M como x (T, I, F) y pertenece a M de la siguiente manera: es t % verdadero en el conjunto, i% indeterminado (desconocido s) en el conjunto, y f% falso, donde t varía en T, i varía en I y f varía en F. Estáticamente T, I, F son subconjuntos, pero dinámicamente T, I, F son funciones / operadores que dependen de muchos parámetros conocidos o desconocidos.

Los conjuntos neutrosóficos generalizan el conjunto difuso (especialmente el conjunto difuso e intuicionista), el conjunto paraconsistente, el conjunto intuitivo, etc.

Consideremos el intervalo de unidades no estándar $]-0,1+[$, con bordes izquierdo y derecho vagos, imprecisos; Sea T, I, F los subconjuntos estándar o no estándar de$]-0,1+[$;

La Lógica Neutrosófica (LN) [3] es una lógica en la que cada proposición es T% verdadera, I% indeterminada, y F% falsa;

-0 <= inf T + inf I + inf F <= sup T + sup I + sup F <= 3+;

T, I, F no son intervalos necesarios, sino cualquier conjunto (intervalos discretos, continuos, abiertos o cerrados o semi-abiertos / semi-cerrados, intersecciones o uniones de los conjuntos anteriores, etc.);

Ejemplo: La proposición P está entre 30-40% o 45-50% verdadera, 20% indeterminada y 60% o entre 66-70% falsa (según diversos analizadores o parámetros);

El componente I, la indeterminación, se puede dividir en más subcomponentes para captar mejor la información vaga con la que trabajamos y, por ejemplo, podemos obtener respuestas más precisas a los Sistemas de Respuestas a Preguntas iniciadas por Zadeh [12].

En la lógica de cuatro valores de Belnap [11], la indeterminación se dividió en Incertidumbre (U) y Contradicción (C), pero estaban interrelacionadas.

Con respecto a la lógica difusa intuicionista En la LN no hay restricciones en T, I, F, mientras que en LDI la suma de componentes (o sus límites superiores) = 1; así la LN puede caracterizar la *información incompleta* (suma < 1), *información paraconsistente* (suma > 1).

1.3 Neutrosofía y Números SVN

La neutrosofía, que fue propuesta por Smarandache [13] para el tratamiento de las neutralidades. Esta ha formado las bases para una serie de teorías matemáticas

que generalizan las teorías clásicas y difusas tales como los conjuntos neutrosóficos y la lógica neutrosófica [14].

La definición original de valor de verdad en la lógica neutrosófica es mostrado a continuación [15]:

sean $N = \{(T, I, F) : T, I, F \subseteq [0,1]\}n$, una valuación neutrosófica es un mapeo de un grupo de fórmulas proposicionales a N, y por cada sentencia p tenemos:

$$v\,(p) = (T, I, F) \qquad (1.1)$$

Con el propósito de facilitar la aplicación práctica a problemas de la toma de decisiones y de la ingeniería, se realizó la propuesta los conjuntos neutrosóficos de valor único [16] (SVNS por sus siglas en inglés) los cuales permiten el empleo de variable lingüísticas [17] lo que aumenta la interpretabilidad en los modelos de recomendación y el empleo de la indeterminación.

Sea X un universo de discurso. Un SVNS A sobre X es un objeto de la forma.

$$A = \{\langle x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)\rangle : x \in X\}d \qquad (1.2)$$

donde $u_A(x): X \to [0,1]$, $r_A(x), : X \to [0,1]$ y $v_A(x): X \to [0,1]$ con $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) :\leq 3$ para todo $x \in X$. El intervalo $u_A(x)$, $r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las membrecías a verdadero, indeterminado y falso de x en A, respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un número SVN será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0,1]$, y $+ b + c \leq 3$. Los números SVN han presentado múltiples aplicaciones en el campo de la Inteligencia Artificial

1.4 Inteligencia Artificial y Neutrosofía

La Inteligencia Artificial (IA) ha llegado más allá de la ciencia ficción, hoy en día es parte de nuestra vida cotidiana, desde el uso de un asistente personal virtual para organizar nuestra agenda, hasta que nuestros teléfonos sugieran canciones que nos pueden gustar. Más allá de facilitar nuestras vidas, los sistemas inteligentes

nos están ayudando a resolver algunos de los mayores desafíos del mundo: tratar enfermedades crónicas, luchar contra el cambio climático y anticipar las amenazas meteorológicas. IA es una de las tecnologías más estratégicas del siglo XXI y con su llegada se crearán numerosos puestos de trabajo, pero otros desaparecerán y la mayoría sufrirá transformaciones[18].

Una definición de Inteligencia Artificial se propone, [19] como la ciencia que busca la comprensión profunda de la Inteligencia. La definición de esta capacidad, la comprensión de sus límites y alcances, así como su caracterización constituyen un problema de alta complejidad.

Las áreas fundamentales de la Inteligencia Artificial son las siguientes [20]:

- Representación del conocimiento y razonamiento
- Aprendizaje automático
- Procesamiento del lenguaje natural
- Visión por computadoras
- Robótica
- Reconocimiento automático del habla

El Test de Turing [21] es uno de los criterios de vida mental más debatidos y polémicos desde el punto de vista filosófico relacionado a la Inteligencia Artificial. Turing plantea que, si las máquinas logran convencer a los jueces humanos, resulta justificado creer que es inteligente y pensante, debido a su capacidad para suplantar a humanos mediante comportamiento lingüístico [22] .

Un elemento importante en la Inteligencia Artificial es el aprendizaje automático. El aprendizaje automático es una rama de la Inteligencia Artificial que tiene como objetivo lograr que las computadoras aprendan. Existen 5 paradigmas fundamentales de la aprendizaje automático [23]:

- Algoritmos evolutivos
- Conexionismo y redes neuronales
- Simbolismo
- Redes bayesianas
- Razonamiento por analogía

Otra área de gran importancia y actualidad para la Inteligencia Artificial son los agentes conversacionales. Existen dos tipos de agentes conversacionales fundamentales, los llamados chatbot y los agentes virtuales [24].

Los agentes conversacionales responden a guiones predeterminado de dialogo y los agentes virtuales responden a preguntas más complejas, adicionalmente los primeros son distribuidos fundamentalmente por aplicaciones de mensajería. Los chatbots por su parte pueden ser definidos como robots que interactúa con usuarios a través de un chat simulando ser un operador o una persona en tiempo real, excelentes para optimizar la experiencia del usuario, gestionar pedidos y resolver sus necesidades [25]. Un agente virtual por su parte es un asistente personal inteligente que puede realizar tareas u ofrecer servicios a un individuo generalmente controlados mediante la voz [26].

Otra area de relevancia es la lógica difusa y la representacion de la insertidumbre y su empleo para representar sistemas complejos [27]. Los modelos causales son herramientas empleados para la ayuda a la toma de decisones [28, 29].

La causalidad desde un punto de vista computacional, requiere de modelos causales imprecisos que contemplen la incertidumbre [30]. La teoría de los conjuntos difusos o borrosos fue introducida por Zadeh [31] ofreciendo un marco adecuado en el tratamiento de la causalidad imperfecta, haciendo uso de la vaguedad. Para

la expresión del grado de causalidad entre conceptos se pueden emplear expresiones lingüísticas como "negativamente fuerte", "positivamente fuerte", "negativamente débil", "positivamente débil", etc.[32, 33]. Los mapas cognitivos difusos[34] es una técnica creada por Kosko como una extensión de los mapas cognitivos utilizando lógica borrosa [35] los cuales son empleados para el razonamiento causal y la representacion y análisis de modelos mentales [36]. Daveport [37] plantea la necesidad de que los agentes inteligentes construyan modelos mentales incluso de situaciones ficticias.

Es este campo de la representación de la incertidumbre en que la neutrosofía ha realizado aportes fundamentales a la IA. Como ya fue planteado la lógica neutrosófica es una generalización de la lógica difusa basada en el concepto de neutrosofía [38, 39]. Una matriz neutrosófica, por su parte, es una matriz donde los elementos $a = (a_{ij})$ han sido reemplazados por elementos en $\langle R \cup I \rangle$, donde $\langle R \cup I \rangle$ es un anillo neutrosófica entero [40].

Un grafo neutrosófico, es un grafo en el cual al menos un arco es un arco neutrosófico [41]. La matriz de adyacencia neutrosófica. Los arcos significan: 0 = no hay conexión entre nudos, 1 = conexión entre nudos, I = conexión indeterminada (desconocida si es o si no). Tales nociones no se utilizan en la teoría difusa, un ejemplo de muestra a continuación:

0	1	I	0	I
1	0	I	0	0
I	I	0	1	1
0	0	1	0	1
I	0	1	1	0

Si la indeterminación es introducida en un mapa cognitivo [42]entonces es llamado un mapa cognitivo neutrosófico, el cual resulta especialmente útil en la representación del conocimiento causal [38, 43].

1.5 Herramienta Jupyter

En el transcurso de presente libro se abordará implementaciones prácticas de la propuesta. Jupyter Notebook es una aplicación web que permite crear y compartir documentos que contienen código, fuente, ecuaciones, visualizaciones y texto explicativo tal como se muestra en la figura 1.2

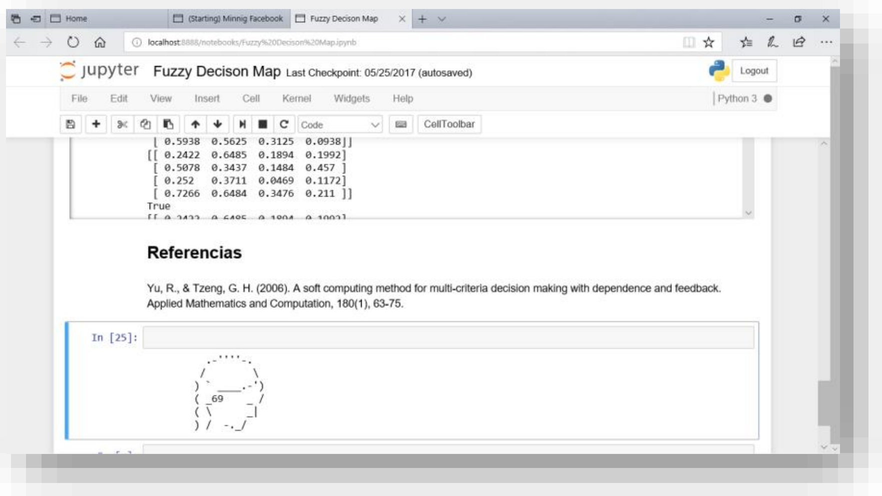


Figura 1.2. Interfaz General Jupyter

Jupyter permite interactuar con varios lenguajes de programación, en este caso usaremos Python, un lenguaje de programación bastante simple y poderoso, con acceso a una gran variedad de librerías para procesamiento de datos.

Para la instalación se recomienda el empleo de la distribución Anaconda. Anaconda es una distribución de los lenguajes Python y R utilizada en la ciencia de los datos, y aprendizaje automático. Se encuentra disponible en el siguiente URL:
https://www.anaconda.com/download/

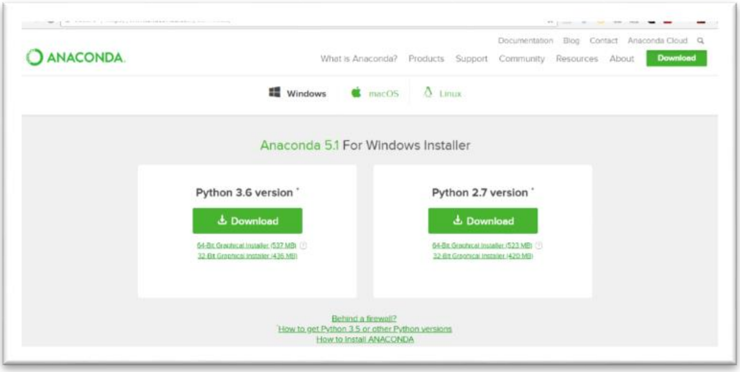


Figura 1.3 Sitio de descargas de Anaconda

Una vez instalado de puede acceder a los cuadernos de Jupyter. Adicionalmente se puede acceder online en la siguiente dirección:
http://jupyter.org/try

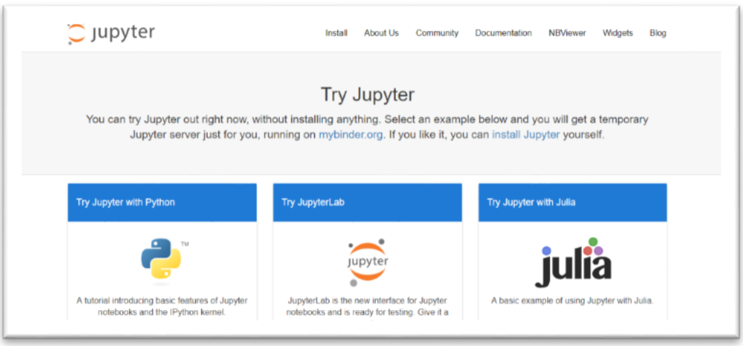


Figura 1.4 Proyecto Jupyter Online.

Las celdas de código son ejecutables, es decir, se pueden correr individualmente (con ctrl+enter o desde el menu Cell -> Run Cells)

Entre los tipo de datos incluidos en el lenguaje Python de destacan las listas. Python tiene soporte para listas como, tipo predefinido del lenguaje. Para crear una lista basta con poner cosas entre [ ] (corchetes) y separarlas con ,(comas).



Figura 1.5 Ejemplo de empleo de listas

Otro tipo de dato destacado son las tuplas. Estas funcionan como unas listas de sólo lectura. Se crean con () (paréntesis) en lugar de [] (corchetes).



Figura 1.6 Ejemplo de empleo de tuplas.

En el caso de los SVN será expresado como $A = (a, b, c)$, puede ser representados mediante tuplas. Por ejemplo el siguiente conjunto de términos lingüísticos (Tabla 2.1).

Tabla 2.1: Términos lingüísticos empleados [44].

Término lingüístico	Números SVN
Extremadamente buena(EB)	(1,0,0)
Muy muy buena (MMB)	(0.9, 0.1, 0.1)
Muy buena (MB)	(0.8,0,15,0.20)
Buena(B)	(0.70,0.25,0.30)
Medianamente buena (MDB)	(0.60,0.35,0.40)
Media(M)	(0.50,0.50,0.50)
Medianamente mala (MDM)	(0.40,0.65,0.60)
Mala (MA)	(0.30,0.75,0.70)
Muy mala (MM)	(0.20,0.85,0.80)
Muy muy mala (MMM)	(0.10,0.90,0.90)
Extremadamente mala (EM)	(0,1,1)

Puede ser representado mediante tuplas de la siguiente forma:

```
In [2]: EB=(1,0,0)
        MMB=(0.9, 0.1, 0.1)
        MB=(0.8,0.15,0.20)
        B=(0.70,0.25,0.30)
        MDB=(0.60,0.35,0.40)
        M=(0.50,0.50,0.50)
        MDM=(0.40,0.65,0.60)
        MA=(0.30,0.75,0.70)
        MM=(0.20,0.85,0.80)
        MMM=(0.10,0.90,0.90)
        EM=(0,1,1)
        print(M)

        (0.5, 0.5, 0.5)
```

Figura 1.7 Representación de los términos lingüísticos mediante tuplas.

El código de este libro puede ser encontrado en el siguiente repositorio: https://github.com/mleyvaz/Neutrosofia

En los siguientes capítulo se profundizará en otros detalles de la implementación de distintos conceptos abordados en este libro mediante el lenguaje de programación Python

Conclusiones

En el capítulo se presentaron los conceptos fundamentales relacionados con la neutrosofía y sus antecedentes. Adicionalmente se definirán conceptos fundamentales de la Inteligencia Artificial y cómo la neutrosofía ha venido a fortalecer esta disciplina. En el siguiente capítulo se abordarán ejemplos de aplicaciones de la neutrosofía a la toma de decisiones, los mapas cognitivos neutrosóficos y los sistemas de recomendación.

CAPÍTULO 2

Toma de Decisiones y Neutrosofía

La toma de decisiones ha sido abordada históricamente por múltiples disciplinas desde las clásicas como la filosofía, estadística, matemática y economía, hasta más recientes como la Inteligencia Artificial [45, 46]. Las teorías y modelos desarrollados apuntan al soporte racional para la toma de decisiones complejas [45]. Incluyen actividades típicas tales como [47, 48]:

1. Definir el problema de toma de decisiones.
2. Analizar el problema e identificar alternativas de solución $X = \{x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n\}\ (n \geq 2)$.
3. Establecer criterio(s) de evaluación.
4. Seleccionar experto(s).
5. Evaluar alternativas.
6. Ordenar y seleccionar la mejor alternativa.
7. Implementarla y hacer el seguimiento.

Cuando el número de criterios cumplen que $C = \{c_1,\ c_2,\ \ldots,\ c_m\}\ (m \geq 2)$ se considera un problema de toma de decisión multicriterio [46, 49-57]. Cuando el número de expertos es tal que $K = \{k_1,\ k_1,\ \ldots,\ k_n\}\ (n \geq 2)$ se considera un problema de toma de decisiones en grupo [58-66].



Figura 2.1. Proceso para la solución de un problema de toma de decisiones [47].

Según el ambiente de decisión los problemas de toma de decisiones pueden ser clasificados en tres situaciones o ambientes de decisión [45, 48]:

1. **Ambiente de certidumbre:** Son conocidos con exactitud los elementos y/o factores que intervienen en el problema. Se le puede asignar un valor exacto de utilidad a las alternativas involucradas.
2. **Ambiente de riesgo**: Alguno(s) de los elementos o factores que intervienen están sujetos al azar. Usualmente son resueltos asignando probabilidades a las alternativas según la Teoría de las Probabilidades.
3. **Ambiente de incertidumbre:** La información disponible es vaga o imprecisa generalmente asociada a apreciaciones sensoriales o subjetivas de los expertos.

En la Figura 2.1 se muestra el esquema de un proceso de toma de decisiones [67].

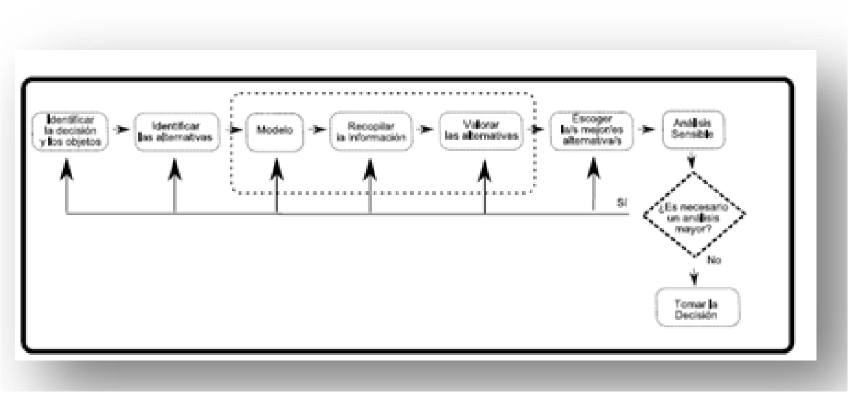


Figura 2.2. Esquema de un proceso de toma de decisiones[9].

En el presente trabajo se abordarán con las actividades resaltadas (Modelo, Recopilar información, valorar alternativas).

Adicionalmente para la obtención de las valoraciones de los expertos en los modelos de evaluación se propone el empleo de números neutrosóficos de valor único (SVN por sus siglas en inglés) [44, 68].

Sea X un universo de discurso. Un SVNS A sobre X presenta la siguiente forma.

$$A = \{\langle x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)\rangle : x \in X\}d \qquad (2.1)$$

donde $u_A(x): X \rightarrow [0,1]$, $r_A(x), : X \rightarrow [0,1]$ y $v_A(x): X \rightarrow [0,1]$ con $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) :\leq 3$ para todo $x \in X$. El intervalo $u_A(x)$, $r_A(x)$ y $v_A(x)$ denotan las membrecías a verdadero, indeterminado y falso de x en A, respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un número SVN será expresado como $A = (a, b, c)$, donde $a, b, c \in [0,1]$, y $+ b + c \leq 3$. Los números SVN han presentado múltiples aplicaciones en el campo de la toma de decisiones.

2.1 Agregación de la Información

La fusión de la información consiste en el proceso de combinar distintos datos brindando una única salida y

presentan múltiples aplicaciones especialmente en la toma de decisiones. Los operadores de agregación son un tipo de función matemática empleada con el propósito de fusionar la información. Combinan n valores en un dominio D y devuelven un valor en ese mismo dominio [69].

Algunos de los operadores de agregación más empleados son los siguientes:

4. **Media ponderada:** La media ponderada (WA por sus siglas en inglés) es uno de los operadores de agregación más mencionados en la literatura. Un operador WA tiene asociado un vector de pesos V, con $v_i \in [0,1]$ y $\sum_1^n v_i = 1$, teniendo la siguiente forma:

$$WA(a_1, .., a_n) = \sum_1^n v_i a_i \qquad (2.2)$$

donde $v_i$representa la importancia/relevancia de la fuente de datos a_i.

Familia de operadores OWA [70]: Este método unifica los criterios clásicos de decisión con incertidumbre en un solo modelo. Esta unificación comprende los criterios optimista, el pesimista, el de Laplace y el de Hurwicz en una sola expresión [71].

Un operador OWA es una función $F: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ de dimensión n si tiene un vector asociado W de dimensión n tal que los componentes satisfacen:

1. $w_{ij} \in [0, 1]$ (2.3)
2. $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ (2.4)
3. $F(a_1, a_2, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} w_j b_j$ (2.5)

donde $b_j$es el j-ésimo más grande de los a_j

El vector de pesos asociada al operador OWA puede ser determinada a través de los cuantificador regulares no decreciente Q[72]. Si Q es un Cuantificador Incremental Monótono Regular (RIM por sus siglas en inglés) entonces el valor agregado de la alternativa $x = (a_1, \dots a_n)$ esta dado

por $F_q(a_1, \dots a_n)$, donde $F_q$es un operador OWA derivado del cuantificador Q. Los cuantificadores RIM pueden ser empleados para generar los pesos de operador OWA utilizando la siguiente expresión matemática,

$$w_i = Q\left(\frac{i}{n}\right) - Q\left(\frac{i-1}{n}\right) \quad (2.6)$$

Existen formulaciones de operadores de agregación que generalizan el operador OWA y WA. De esta forma, se puede ponderar las variables según el grado de importancia/relevancia, y al mismo tiempo se puede sobrevalorar o infravalorar la información según el grado de optimismo del decisor. Dentro las formulaciones que lo permiten se encuentran el *weighted* OWA (WOWA) [73] y el *ordered weighted averaging weighted averaging* (OWAWA) *operator* [71].

Estos operadores permiten la agregación de un conjunto de valores utilizando dos vectores de pesos. Uno corresponde al vector del operador WA y el otro corresponde a los pesos en el operador OWA. El OWAWA además de unificar los operadores OWA y WA, permite reflejar en qué grado se quiere considerar cada uno de ellos.

Un operador OWAWA [71] es una función OWAWA:$R^n \rightarrow R$ de dimensión n si tiene un vector de ponderaciones W asociado, con $\sum_{j=1}^{n} w_j = 1$ y $w_j \in [0,1]$ tal que:

$$OWAWA(a_1, \dots, a_n) = \sum_{j=1}^{n} \hat{v}_j b_j \quad (2.7)$$

donde b_j es el j-ésimo más grande de los a_i, cada argumento a_i tiene asociada una ponderación v_i con $\sum_{i=1}^{n} v_i$ y $v_j \in [0,1]$, $\hat{v}_j = \beta w_j + (1-\beta) v_j$ con $\beta \in [0,1]$ y v_j es la ponderación v_i ordenada según b_j, es decir, según el j-ésimo más grande de los a_i.

El operador de agregación Media de Potencia Pesada (del inglés, Weighted Power Mean, en adelante WPM) permite expresar sinergia, y compensación incluyendo cierto grado de simultaneidad o reemplazabilidad e importancia en la ponderación relativa de las entradas (Pesos). La r-ésima WPM es definida de la siguiente forma:

$$M_n^{[r]}(\underline{a}, \underline{w}) = (\sum_{i=1}^{n} a_i^r w_i)^{\frac{1}{r}} \quad (2.8)$$

donde $w_i \in [0,1]$ y $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$ y r puede ser seleccionadas para lograr varias propiedades lógicas deseadas. Para la determinación de los pesos correspondientes a cada característica y sub-características se recomienda la utilización del método del Proceso de Jerarquía analítica (AHP por sus siglas en inglés) [74].

En el caso de los operadores de agregación para números SVN se destacan dos operadores. El primero es la media ponderada neutrosófica de valor único (SVNWA) propuesto por Ye [75] y definido de la siguiente forma[76]:

$$F_w(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle 1 - \prod_{j=1}^{n}\left(1 - T_{A_j}(x)\right)^{w_j}, \prod_{j=1}^{n}\left(I_{A_j}(x)\right)^{w_j}, \prod_{j=1}^{n}\left(F_{A_j}(x)\right)^{w_j} \rangle \quad (2.9)$$

donde $W = (w_1, w_1, \dots, w_n)$ es el vector de peso de los A_j $(j = 1, 2, \dots, n)$ tal que, $w_n \in [0,1]$ y $\sum_j^n w_j = 1$.

Por otra parte operador media neutrosófica geométrica ponderada neutrosófica de valor único (G_w) [75]:

$$G_w(A_1, A_2, \dots, A_n) = \langle 1 - \prod_{j=1}^{n} T_{A_j}(x)^{w_j}, \prod_{j=1}^{n} I_{A_j}(x)^{w_j}, \prod_{j=1}^{n} I_{A_j}(x)^{w_j} \rangle \quad (2.10)$$

donde $W = (w_1, w_1, \dots, w_n)$ es vector de peso de A_j $(j = 1, 2, \dots, n)$, $w_n \in [0,1]$ y $\sum_j^n w_j = 1$.

Otro enfoque actual se encuentra en los modelos jerárquicos de agregación combinan varios operadores y

permitiendo construir un modelo construido sobre la base de funciones más simples [77]:

Ejemplo de estos procesos jerárquicos lo encontramos en el modelo de Puntuación de Preferencias Lógicas (LSP) [78]

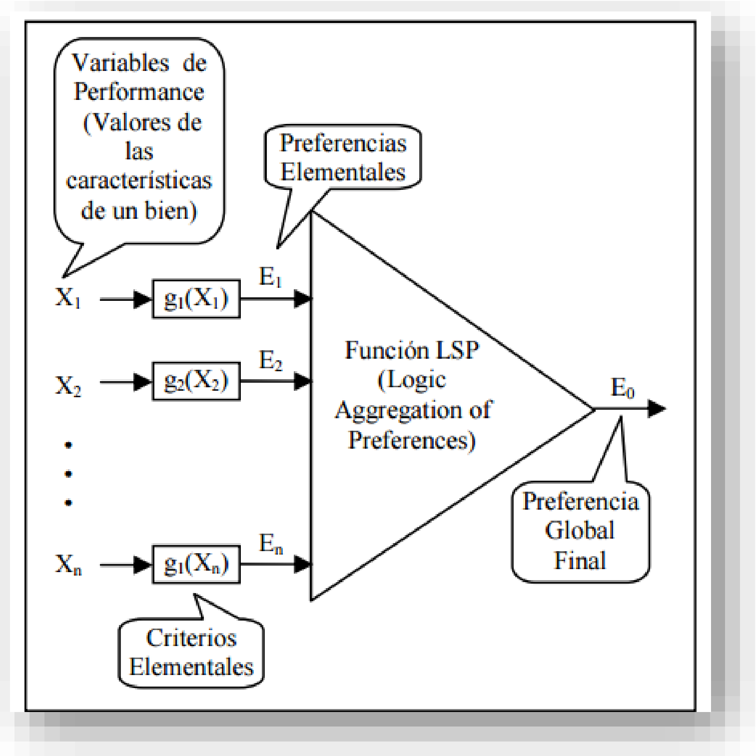


Figura 2.3 Proceso de agregación LSP [78].

Una de las principales fortalezas del modelo es que puede modelar diferentes relaciones lógicas entre atributos y sub-características de manera que reflejen las necesidades de los diferentes participantes en el proceso de evaluación .En la Tabla 1.1 se muestran los principales operadores.

Tabla 2.1 Valores de Funciones de Conjunción/Disyunción Generalizada [78]

Tipo de polarización	**Intensidad de la polarización**	**Símbolo**	**Valor de r**
Disyunción	El más fuerte	D	
	Muy fuerte	D++	20.63
	Fuerte	D+	9.521
	Medio Fuerte	D+-	5.802
	Medio	DA	3.929
	Medio Débil	D-+	2.792
	Débil	D-	2.018
	Muy Débil	D--	1.449
Neutral		A	1
Conjunción	Muy Débil	C--	6.19
	Débil	C-	2.619
	Medio Débil	C-+	-0.148
	Medio	CA	-0.72
	Medio Fuerte	C+-	-1.655
	Fuerte	C+	-3.510
	Muy fuerte	C++	-9.06
	El más fuerte	C++	

El decisor puede emplear dos parámetros en el proceso de agregación utilizando este modelo [78]:

- Grado de simultaneidad (Andness).
- Importancia relativa de la entrada (Pesos).

Un aspecto interesante de este operador es que permite agregar información teniendo en cuenta que se puede determinar qué elementos son obligatorio y cuales opcionales [79].

El tratamiento de la información en forma de modelos de agregación jerárquicos brinda varios beneficios como son:

1. Permite descomponer el proceso de agregación de un modelo complejo a modelos con menores niveles de complejidad.
2. Permite incrementar la modularidad de la agregación.
3. Mediante un modelo jerárquico se facilita la desagregación del problema permitiendo el cálculo más fácil de los parámetros involucrados.

2.2 Modelo Basado en la Distancia al Ideal

A continuación, se presenta el flujo de trabajo propuesto (Figura 2.3). Se representan los términos lingüísticos y la indeterminación mediante números SVN y basado en la construcción de una opción ideal.

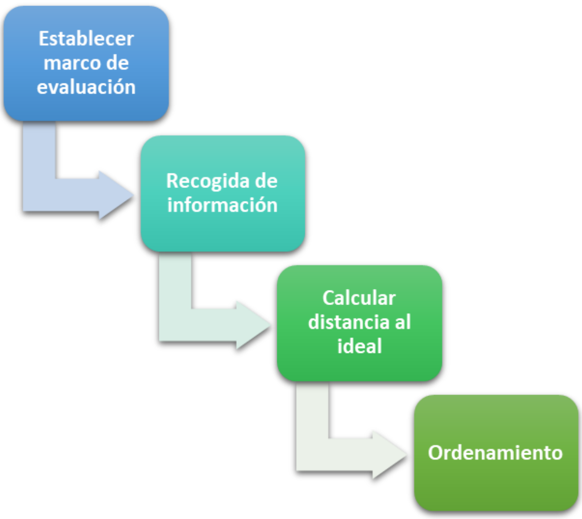


Figura 2.4: Modelo propuesto.

La descripción detallada de cada una de sus actividades y del modelo matemático que soporta la propuesta se presenta a continuación.

1. **Establecer marco de evaluación:** Se seleccionan los criterios y las alternativas a ser evaluados con el fin de priorizar estos últimos. El marco de trabajo queda definido de la siguiente forma:
   - C=$\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ con $n \geq 2$, un conjunto de criterios
   - E=$\{e_1, e_2, \dots, e_k\}$ con $k \geq 1$, un conjunto de expertos
   - $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ con $m \geq 2$, un conjunto finito de alternativas
2. **Recogida de información:** Se obtiene información sobre las preferencias de los decisores. El vector de utilidad [80] es representado de la siguiente forma:
   - $\mathrm{P_j} = \{\mathrm{p_{j1}}, \mathrm{p_{j2}}, \dots, \mathrm{p_{jk}}\}$, donde $\mathrm{p_{jk}}$ es la preferencia en relación al criterio $\mathrm{c_k}$de la alternativa $\mathrm{x_j}$

Las valoraciones serán dadas mediante números SVN.

3. **Calcular distancia al ideal:** Para evaluar las alternativas proponemos construir la opción ideal [44]. Los criterios pueden ser clasificador como de tipo costo o tipo beneficios. Sea C^+ el conjunto de criterios tipo beneficios y C^- de criterios tipo costo. La alternativa ideal sea definida de la siguiente forma:

$$I = \left\{\left(max_{i=1}^{k} T_{U_j} | j \in C^+, min_{i=1}^{k} T_{U_j} | j \in C^-\right), \left(min_{i=1}^{k} I_{U_j} | j \in C^+, max_{i=1}^{k} I_{U_j} | j \in C^-\right), \left(min_{i=1}^{k} F_{U_j} | j \in C^+, max_{i=1}^{k} F_{U_j} | j \in C^-\right)\right\} = [v_1, v_2, \dots, v_n] \quad (2.11)$$

4. Ordenar las alternativas empleando la distancia euclidiana entre números neutrosóficos de valor único (SVN por sus siglas en inglés) [44, 68].

Sea $A^* = (A_1^*, A_2^*, .., A_n^*)$ sea un vector de número SVN tal que $A_j{}^* = (a_j^*, b_j^*, c_j^*)$ j=(1,2, … , n) y $B_i = (B_{i1}, B_{i2}, \ldots, B_{im})$ (i = 1,2, … , m) sea m vectores de n SVN números tal que y $B_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ (i = 1,2, … , m), (j = 1,2, … , n) entonces la distancia euclidiana es definida como. Las B_i y A^* resulta [44]:

$$s_i = \left(\frac{1}{3}\sum_{j=1}^{n}\left\{\left(|a_{ij}-a_j^*|\right)^2 + \left(|b_{ij}-b_j^*|\right)^2 + \left(|c_{ij}-c_j^*|\right)^2\right\}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.13)$$

(i = 1,2, … , m)

Ordenamiento: El ordenamiento ocurre de menor a mayor a partir del valor global de distancia obtenido. En la medida en que la alternativa de $A_i$se encuentra más próximo al punto ideal (s_i menor) mejor será esta, permitiendo establecer un orden entre alternativas [43].

2.3 Ejemplo Demostrativo 1.

A continuación, se presenta un ejemplo demostrativo. En la etapa de establecimiento del marco de evaluación se selecciona el dominio en que será verbalizada la información.

Se emplean los siguientes términos lingüísticos (Tabla 2.2).

Tabla 2.2: Términos lingüísticos empleados [44].

Término lingüístico	**Números SVN**
Extremadamente buena(EB)	(1,0,0)
Muy muy buena (MMB)	(0.9, 0.1, 0.1)
Muy buena (MB)	(0.8,0,15,0.20)
Buena(B)	(0.70,0.25,0.30)
Medianamente buena (MDB)	(0.60,0.35,0.40)
Media(M)	(0.50,0.50,0.50)
Medianamente mala (MDM)	(0.40,0.65,0.60)
Mala (MA)	(0.30,0.75,0.70)
Muy mala (MM)	(0.20,0.85,0.80)
Muy muy mala (MMM)	(0.10,0.90,0.90)
Extremadamente mala (EM)	(0,1,1)

Se procede a evaluar 3 competencias fundamentales (criterios) en 3 estudiantes (alternativas).

c_1: Analizar, identificar y definir los requisitos que debe cumplir un sistema informático para resolver problemas o conseguir objetivos de organizaciones y personas.

c_2: Administrar Bases de Datos por medio de un Sistema Gestores de Base de Datos (SGBD).

c_3: Planear y administrar proyectos de desarrollo de software.

Una vez establecido el marco de priorización se pasa a la obtención de la información.

Tabla 2.3: Preferencias dadas por los expertos

	x_1	x_2	x_3
c_1	MDB	M	MMB
c_2	B	MMB	B
c_3	B	MDM	MB

A partir de esta información se selecciona la alternativa ideal.

La alternativa ideal resulta:

E^+ =(MMB, MMB, MB)

Los resultados del cálculo de las distancias nos permiten ordenar a los estudiantes de acuerdo al logro de las competencias. En este caso el orden de prioridad es el siguiente $x_3 \succ x_1 \succ x_2$.

Tabla 2.4 Cálculo de la distancia

Estudiante	Distancia
x_1	0.35355339
x_2	0.59160798
x_3	0.18484228

2.4 Modelo Basado en la Agregación de la Información

A continuación, se presenta el flujo de trabajo propuesto (Figura 1). Se representan los términos lingüísticos y la indeterminación mediante números SVN y basado en la agregación de la información.

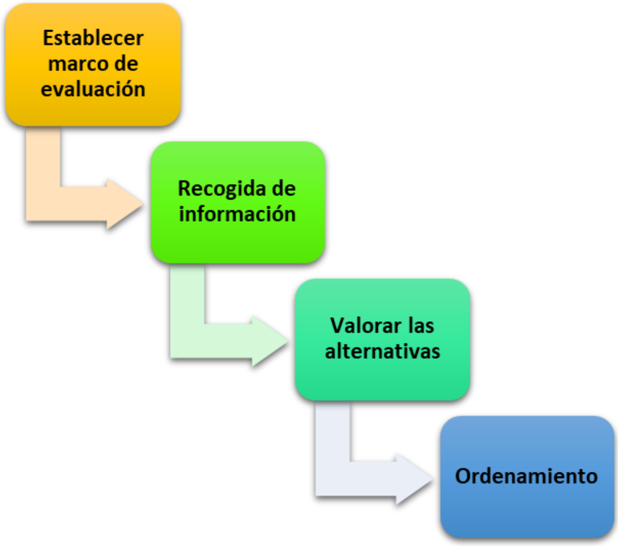


Figura 2.5: Modelo propuesto.

La descripción detallada de cada una de sus actividades y del modelo matemático que soporta la propuesta se presenta a continuación.

1. **Establecer marco de evaluación:** Se seleccionan los criterios y las alternativas a ser evaluados con el fin de priorizar estos últimos. El marco de trabajo queda definido de la siguiente forma:

- C=$\{c_1, c_2, \ldots, c_n\}$ con $n \geq 2$, un conjunto de criterios
- E=$\{e_1, e_2, \ldots, e_k\}$ con $k \geq 1$, un conjunto de expertos
- $X = \{x_1, x_2, \ldots, x_m\}$ con $m \geq 2$, un conjunto finito de alternativas

2. **Recogida de información:** Se obtiene información sobre las preferencias de los decisores. El vector de utilidad [80] es representado de la siguiente forma:

- $P_j = \{p_{j1}, p_{j2}, \ldots, p_{jk}\}$, donde p_{jk} es la preferencia en relación al criterio $c_k$de la alternativa x_j

Las valoraciones serán dadas mediante números SVN.

3. **Valorar las alternativas:** Para evaluar las alternativas proponemos construir la que se emplean los operadores de agregación.

4. **Ordenar las alternativas:** En esta fase de las alternativas se clasifican y la más conveniente es elegida por la función de puntuación [81, 82]. De acuerdo con las funciones de puntuación y precisión para conjuntos SVN-sets, se puede generar un orden de clasificación del conjunto de alternativas [83]. Seleccionar la (s) opción (es) con puntajes más altos.

Para ordenar alternativas se usa una función de puntuación [84]:

$$s(V_j) = 2 + T_j - F_j - I_j \tag{2.14}$$

Adicionalmente se define la función de precisión de la siguiente forma:

$$a(V_j) = T_j - F_j \quad (2.15)$$

y entonces:

Si $s(Vj) < s(Vi)$, entonces Vj es menor que Vi, denotado como $Vj < Vi$

En caso de $s(Vj) = s(Vi)$

Si $a(Vj) < a(Vi)$, entonces Vj es menor Vi, denotado por $Vj < Vi$

Si $a(Vj) = a(Vi)$, entonces Vj y Vi son iguales, denotado por $Vj = Vi$

2.5 Ejemplo Demostrativo 2

En este caso el marco de evaluación está compuesto por un experto evaluando 3 alternativas (Proyectos de tecnología de la información).

x1: CRM

x2: ERP

x3: BI

Los proyectos son descritos en la siguiente tabla.

Tabla 2.5 Opciones de proyectos

Id	Nombre	Descripción
1	CRM.	Sistema de relaciones con los clientes
2	ERP	Sistema de planificación de recursos empresariales
3	BI	Sistema de inteligencia de negocios

3 criterios intervienen tal como se muestra debajo:

c1: Beneficios

c2: Factibilidad

c3: Costos

Se emplean los siguientes términos lingüísticos (Tabla 2.5).

Tabla 2.6 Términos lingüísticos empleados [44].

Término lingüístico	Números SVN
Extremadamente buena(EB)	(1,0,0)
Muy muy buena (MMB)	(0.9, 0.1, 0.1)
Muy buena (MB)	(0.8,0,15,0.20)
Buena(B)	(0.70,0.25,0.30)
Medianamente buena (MDB)	(0.60,0.35,0.40)
Media(M)	(0.50,0.50,0.50)
Medianamente mala (MDM)	(0.40,0.65,0.60)
Mala (MA)	(0.30,0.75,0.70)
Muy mala (MM)	(0.20,0.85,0.80)
Muy muy mala (MMM)	(0.10,0.90,0.90)
Extremadamente mala (EM)	(0,1,1)

Una vez que se establece el marco de evaluación se procede a la recogida de información (ver Tabla 2.6).

Tabla 2.7. Resultados de la recogida de información

	x1	x2	x3
c1	MDB	EB	MB
c2	B	MDB	M
c3	MDB	MDB	B

En este caso se empleará el siguiente vector de pesos: W = (0.55, 0.26, 0.19).

Se procede a agregar las opiniones de decisores mediante el operador de agregación SVNWA. El resultado de muestra en la tabla 2.7.

Tabla 2.8. Resultados de la evaluación

	Agregación	Scoring	Ranking
x1	(0.53, 0.4, 0.56)	1.73	2
x2	(0.43, 0.0, 0.0)	2.43	1
x3	(0.66, 0.52, 0.63)	1.62	3

De acuerdo a la función de puntuación las alternativas quedan ordenadas de la siguiente forma: $x_2 \succ x_1 \succ x_3$.

Implementación mediante Python

Existe un conjunto de medidas de distancia que se pueden emplear en los modelos de toma de decisiones. Algunas de las más comúnmente usadas se encuentran en la tabla siguiente.

Tablas 2.9 Métricas de distancia

Nombre	Fórmula
Distancia euclidiana	$\sqrt{\sum_i (a_i - b_i)^2}$
Distancia euclidiana al cuadrado	$\sum_i (a_i - b_i)^2$
Distancia Manhattan	$\sum_i \lvert a_i - b_i \rvert$

En este caso se utilizó la distancia Euclidiana entre números SVN.

```
In [50]: def euclideanNeu(a1,a2):
             a=0
             c=len(a1)
             for i in range(c):
                 a=a+pow(a1[i][0]-a2[i][0],2)+pow(a1[i][1]-a2[i][1],2)+pow(a1[i][2]-a2[i][2],2)
             a=pow(1.0/3.0*a,0.5)
             return(a)
```

Figura.2.6 Implementación de la distancia Euclidiana

Como modelo de agregación se empleó el operador SVNWA

```
In [13]: def SVNWA(list,W):
             t=1
             i=1
             f=1
             for j in list:
                 t=t*j[0]
                 i=i*j[1]
                 f=f*j[2]
                 print(j[2])
             return (round(1-pow(t,W[0]),2),round(pow(i,W[1]),2),round(pow(f,W[2]),2))
```

Figura 2.7 Implementación de operador SVNWA

Para más detalles en la implementación de los modelos presentados acceder a la URL: https://github.com/mleyvaz/Neutrosofia/blob/master/Cap2..ipynb

Conclusiones

En este trabajo se presentaron los marcos de trabajo generales para la toma de decisiones y la evaluación. Se presentan distintos modelos de agregación. Se emplea los números SVN y la distancia euclidiana para el tratamiento de la neutralidad y las funciones de puntuación y precisión para evaluar alternativas.

Como trabajos futuros se plantea la incorporación al método operadores de agregación que permitan expresar importancia y compensación. Otros temas de trabajos futuros están en el empleo de la neutrosofía a nuevos modelos de decisión. Adicionalmente se pretende el desarrollo de una aplicación informática como soporte al modelo.

CAPÍTULO 3

Modelo de Recomendación Basado en Conocimiento y Números SVN

Los modelos de recomendación son útiles en el proceso de toma de decisiones ya que proporcionan al usuario un conjunto de opciones que se espera satisfagan sus expectativas [85].

En el presente trabajo se propone un modelo de recomendación basado en conocimiento utilizando el de números neutrosóficos de valor único (SVN por sus siglas en inglés) permitiendo la utilización de variables lingüísticas [76].

Sea X un universo de discurso. Un SVNS A sobre X es un objeto con la siguiente forma.

$$A = \{\langle x, u_A(x), r_A(x), v_A(x)\rangle : x \in X\}d \qquad (3.1)$$

donde $u_A(x): X \to [0,1]$, $r_A(x), : X \to [0,1]$ y $v_A(x): X \to [0,1]$ con $0 \leq u_A(x) + r_A(x) + v_A(x) :\leq 3$ para todo $x \in X$.

El intervalo $u_A(x)$, $r_A(x)$ y $v_A(x)$ representa las membrecías a verdadero, indeterminado y falso de x en A, respectivamente. Por cuestiones de conveniencia un número SVN será expresado como $A = (a, b, c)$, donde a, b, $c \in [0,1]$, y $+ b + c \leq 3$. Los números SVN han presentado múltiples aplicaciones en el campo de la toma de decisiones en general y en los sistemas de recomendación en particular.

Adicionalmente se abordarán algunos aspectos relacionados con las herramientas sugeridas para el

desarrollo de modelos computacionales en el lenguaje Python.

3.1 Modelos de Recomendación

Partiendo de la información que recojan estos modelos y de los algoritmos utilizados para generar las recomendaciones se puede distinguir las siguientes técnicas [86, 87]:

- **Modelos de recomendación colaborativa:** Agregan las valoraciones o recomendaciones de los objetos, identifican los gustos comunes de los usuarios basándose en sus valoraciones y generan una nueva recomendación teniendo en cuenta las comparaciones entre usuarios.
- **Modelos de recomendación basada en contenido:** Aprende de un perfil de intereses de los usuarios basándose en las características presentes en los objetos que el usuario ha seleccionado.
- **Modelos de recomendación basada en conocimiento:** Intentan sugerir objetos haciendo inferencias sobre las necesidades de un usuario y sus preferencias, apoyados fundamentalmente en el razonamiento basado en casos.
- **Modelos de recomendación basados en utilidad:** Estos se basan en la construcción de funciones de utilidad. El perfil del usuario lo constituye una función de utilidad, las ventajas de las recomendaciones basadas en utilidad, es poder trabajar con atributos no relacionados directamente con los productos.

- **Modelos de recomendación híbridos:** Individualmente las técnicas presentan algunas limitaciones o problemas. Para solucionar estas deficiencias se ha planteado la hibridación de distintas técnicas de recomendación. Se plantea que existe hibridación cuando se combinan dos o más técnicas de recomendación con el objetivo de obtener mejores resultados que, si se utilizara estas técnicas de forma independiente.



Figura 3.1 Diagrama de Venn de los modelos de recomendación.

Los modelos de recomendación basada en conocimiento realizan sugerencias haciendo inferencias sobre las necesidades del usuario y sus preferencias [86-88]. El enfoque basado en conocimiento se distingue en el sentido que usan conocimiento sobre cómo un objeto en particular puede satisfacer las necesidades del usuario, y por lo tanto tiene la capacidad de razonar sobre la relación entre una necesidad y la posible recomendación que se

mostrará. Se basan en la construcción de perfiles de usuarios como una estructura de conocimiento que apoye la inferencia la cual puede ser enriquecida con la utilización de expresiones que emplea lenguaje natural [87, 89]. En [90] el que se propone un modelo de recomendación que hace uso de las redes sociales y la neutrosofía para el campo del e-learning pero no puede ser clasificado en el campo de los sistemas de recomendación basados en conocimiento.

3.2 Modelo Propuesto

A continuación, se presenta el flujo de trabajo. Está basado fundamentalmente en la propuesta de Cordón [87, 91] para sistemas de recomendación basados en conocimiento permitiendo representar términos lingüísticos y la indeterminación mediante números SVN.

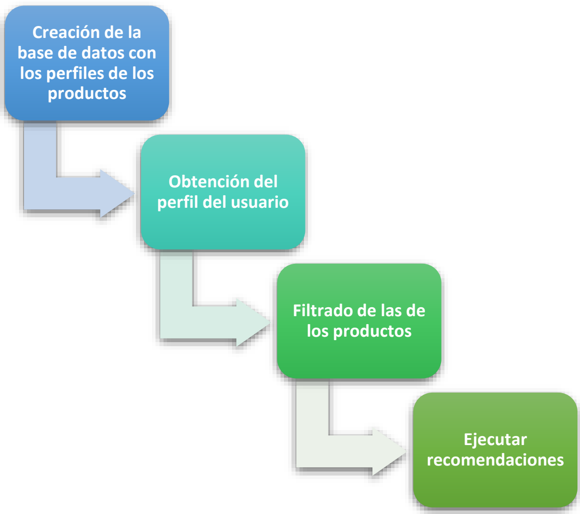


Figura 3.2. Modelo propuesto

La descripción detallada de cada una de sus actividades y del modelo matemático que soporta la propuesta es presentada a continuación.

Creación de la base de datos con los perfiles de los productos

Cada una de los productos a_i serán descritas por un conjunto de características que conformarán el perfil de los productos.

$$C = \{c_1, \dots, c_k, \dots, c_l\} \qquad (3.2)$$

Para la obtención de la base de datos de los productos, el perfil de los usuarios es obtenido mediante números neutrosóficos de valor único (SVN por sus siglas en inglés) [44, 68].

Sea $A^* = (A_1^*, A_2^*, \dots, A_n^*)$ sea un vector de números SVN tal que $A_j{}^* = (a_j^*, b_j^*, c_j^*)$ j=(1,2, … , n) y B_i = (B_{i1}, B_{i2}, … , B_{im}) (i = 1,2, … , m) sean m vectores de n SVN números tal que y B_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) (i = 1,2, … , m), (j = 1,2, … , n) entonces la distancia euclidiana es definida como. Las B_i y A^* resulta [44]:

$$d_i = \left(\frac{1}{3}\sum_{j=1}^{n}\left\{\left(\left|a_{ij}-a_j^*\right|\right)^2+\left(\left|b_{ij}-b_j^*\right|\right)^2+\left(\left|c_{ij}-c_j^*\right|\right)^2\right\}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (3.3)$$

$(i = 1,2, \dots, m)$

A partir de esta distancia euclidiana se puede definir una medida de similitud [92].

En la medida en que la alternativa $A_i$sea más cercana al perfil del usuario (s_i) mayor será la similitud, permitiendo establecer un orden entre alternativas [17].

Este perfil puede ser obtenido de forma directa a partir de expertos:

$$F_{a_j} = \{v_1^j, \dots, v_k^j, \dots v_l^j\}, j = 1, \dots n \qquad (3.4)$$

Las valoraciones de las características del producto, a_j, serán expresadas utilizando la escala lingüística S, $v_k^j \in S$ donde $S = \{s_1, \ldots, s_g\}$ es el conjunto de término lingüísticos definidos para evaluar las características c_k utilizando los números SVN. Para esto los términos lingüísticos a emplear son definidos.

Una vez descrito el conjunto de productos

$$A = \{a_1, \ldots, a_j, \ldots, a_n\} \quad (3.5)$$

Estos se guardan en una base de datos.

Obtención del perfil del usuario

En esta actividad se obtiene la información del usuario sobre las preferencias de estos, almacenándose en un perfil:

$$P_e = \{p_1^e, \ldots, p_k^e, \ldots, p_l^e\} \quad (3.6)$$

Dicho perfil estará integrado por un conjunto de atributos:

$$C^e = \{c_1^e, \ldots, c_k^e, \ldots, c_l^e\} \quad (3.7)$$

Donde $c_k^e \in S$

Este puede ser obtenido mediante ejemplo o mediante el llamado enfoque conversacional o mediante ejemplos los cuales pueden ser adaptados [93].

Filtrado de los productos

En esta actividad se filtran los productos de acuerdo al perfil del usuario para encontrar cuáles son las más adecuadas para este.

Con este propósito es calculada la similitud entre perfil de usuario, P_e y cada producto a_j registrado en la base de datos. Para el cálculo de la similitud total se emplea la siguiente expresión:

$$S_i = 1 - \left(\left(\frac{1}{3} \sum_{j=1}^{n} \left\{ \left(|a_{ij}\text{-}a_j^*| \right)^2 + \left(|b_{ij}\text{-}b_j^*| \right)^2 + \left(|c_{ij}\text{-}c_j^*| \right)^2 \right\} \right)^{\frac{1}{2}} \right)$$

(3.8)

La función S calcula la similitud entre los valores de los atributos del perfil de usuario y la de los productos, a_j [94].

Ejecutar recomendaciones

Una vez calculada la similitud entre el perfil del usuario en la base de datos y cada uno de los productos se ordenan de acuerdo a la similitud obtenida, representado por el siguiente vector de similitud.

$$D = (d_1, \dots, d_n) \quad (3.9)$$

Los mejores serán aquellos, que mejor satisfagan las necesidades del perfil del usuario es decir con mayor similitud.

3.3 Ejemplo Demostrativo

A continuación se presenta un ejemplo demostrativo basado en [95], supongamos una base de datos:

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$$

Descrito por el conjunto de atributos

$$C = \{c_1, c_2, c_3, c_{4,}, c_5\}$$

Los atributos se valorarán en la siguiente escala lingüística (Tabla 1). Estas valoraciones serán almacenadas por el sistema en una base de datos.

Tabla 3.1: Términos lingüísticos empleados [44].

Término lingüístico	**Números SVN**
Extremadamente buena(EB)	(1,0,0)
Muy muy buena (MMB)	(0.9, 0.1, 0.1)
Muy buena (MB)	(0.8,0,15,0.20)
Buena(B)	(0.70,0.25,0.30)
Medianamente buena (MDB)	(0.60,0.35,0.40)
Media(M)	(0.50,0.50,0.50)
Medianamente mala (MDM)	(0.40,0.65,0.60)
Mala (MA)	(0.30,0.75,0.70)
Muy mala (MM)	(0.20,0.85,0.80)
Muy muy mala (MMM)	(0.10,0.90,0.90)
Extremadamente mala (EM)	(0,1,1)

La vista de la base de datos utilizado en este ejemplo, la podemos ver en la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Base de datos de productos.

	c_1	c_2	c_3	c_4
a_1	MDB	M	MMB	B
a_2	B	MD	MB	M
a_3	MMB	M	M	B
a_4	M	B	MMB	B

Si un usuario u_e, desea recibir las recomendaciones del sistema deberá proveer información al mismo expresando sus preferencias. En este caso:

$$P_e = \{\text{MDB}, \text{MB}, \text{MMB}, \text{MB}\}$$

El siguiente paso en nuestro ejemplo es el cálculo de la similitud entre el perfil de usuario y los productos almacenados en la base de datos.

Tabla 3.3: Similitud entre los productos y el perfil de usuario

a_1	a_2	a_3	a_4
0.44	0.76	0.42	0.84

En la fase de recomendación se recomendará aquellos productos que más se acerquen al perfil del usuario. Un ordenamiento de los productos basado en esta comparación sería el siguiente.

$$\{a_4, a_2, a_1, a_3\}$$

En caso de que el sistema recomendara los dos productos más cercanos, estas serían las recomendaciones:

$$a_4, a_2$$

Con este ejemplo queda demostrada la aplicabilidad de la propuesta.

Implementación

La medida de similitud es calculada a partir de la distancia euclidiana.

```
In [22]: def euclideanNeu(a1,a2):
             a=0
             c=len(a1)
             for i in range(c):
                 a=a+pow(a1[i][0]-a2[i][0],2)+pow(a1[i][1]-a2[i][1],2)+pow(a1[i][2]-a2[i][2],2)
             a=pow(1.0/3.0*a,0.5)
             return(a)
         def sim(a1,a2):
             return 1-euclideanNeu(a1,a2)
```

Figura 3.3. Cálculo de similitud

Para más detalles en la implementación de los modelos presentados acceder a la URL: https://github.com/mleyvaz/Neutrosofia/blob/master/Cap3..ipynb .

Conclusiones

En este trabajo se presentó un modelo de recomendación de productos siguiendo el enfoque basado en conocimiento. El mismo que se basa en el empleo de los números SVN para expresar términos lingüísticos.

Trabajos futuros estarán relacionados con la creación de la base de datos a partir de múltiples expertos, así como la obtención de los pesos de las características utilizando valoraciones en grupo. Adicionalmente se trabajará en la inclusión de modelos de agregación más complejos, así como la hibridación con otros modelos de recomendación.

CAPÍTULO 4

Modelos Mentales y Mapas Cognitivos Neutrosóficos

Los modelos mentales son representaciones internas de una realidad externa de cada individuo [92, 96]. Esto, quiere decir, que de la misma realidad externa, cada individuo puede tener variadas representaciones internas. Estas representaciones son modeladas frecuentemente mediante representaciones causales en presencia de incertidumbre [97].

Los modelos causales son herramientas cada vez más empleadas, para la comprensión y análisis de los sistemas complejos [28, 29]. Para considerar la causalidad desde un punto de vista computacional, se requiere la obtención de modelos causales imprecisos que tomen en consideración la incertidumbre [30]. El razonamiento causal es útil en la toma de decisiones por ser natural y fácil de entender y ser convincente porque explica el por qué se llega a una conclusión particular [98].

Para considerar la causalidad desde un punto de vista computacional, se requiere la obtención de modelos causales imprecisos empleando grafos dirigidos [30]. En este sentido existen dos técnicas de soft computing para la inferencia causal: redes bayesianas (RB) y mapas cognitivos difusos (MCD) [99]. Los MCD. Estos proveen esquemas más realistas para la representación del

conocimiento brindando la posibilidad de representar ciclos y modelar la vaguedad [100].

Las conexiones en MCD son solo numéricas por lo tanto la relación de dos eventos debe ser lineal. La neutrosofía puede manejar información indeterminada e inconsistente, mientras que los conjuntos difusos y los conjuntos difusos intuitivos no los describen de manera apropiada. Los mapas cognitivos neutrosóficos (MCN) son una extensión de MCD donde se incluye la indeterminación [96, 101]. La concepción de los mapas cognitivos difusos no trata la relación indeterminada.

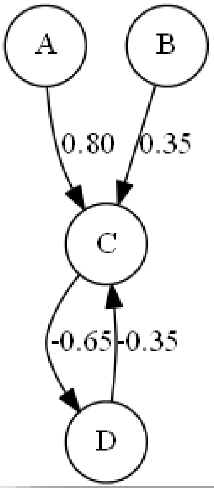
4.1 Mapas Cognitivos Difusos (MCD)

Actualmente ha surgido la necesidad de plantear la causalidad en términos de lógica difusa ofreciendo esta un marco adecuado para tratar con la causalidad imperfecta. La teoría de los conjuntos difusos o borrosos fue introducida por Zadeh[31] en el año 1965. Esta parte de la teoría clásica de conjuntos, añadiendo una función de pertenencia [7].

Una función de pertenencia o inclusión $\mu_a(t)$, indica el grado n en que la variable t está incluida en el concepto representado por la etiqueta A [8]. Para la definición de estas funciones de pertenencia se utilizan convenientemente ciertas familias, por coincidir con el significado lingüístico de las etiquetas más utilizadas. Las más frecuentes son triangular, trapezoidal y gaussiana (Figura 1.7).

Los MCD (Figura 1.6) son una técnica desarrollada por Kosko como una extensión de los mapas cognitivos [35], permitiendo describir la fortaleza de la relación mediante el empleo de valores difusos en el intervalo [-1,1]. Constituyen una estructura de grafo difuso dirigido e incluyen la retroalimentación para representar causalidad

[99]. La matriz de adyacencia se obtiene a partir de los valores asignados a los arcos (Figura 1).



	A	B	C	D
A	0	0	0.8	0
B	0	0	0.35	0
C	0	0	0	-0.65
D	0	0	-0.35	0

Figura 4.1 Mapa cognitivo difuso y su correspondiente matriz de adyacencia [48].

En los MCD existen tres posibles tipos de relaciones causales entre conceptos: causalidad positiva, causalidad negativa o la no existencia de relaciones.

1. **Causalidad positiva** ($W_{ij} > 0$): Indica una causalidad positiva entre los conceptos C_i y C_j, es decir, el incremento (disminución) en el valor de C_i lleva al incremento (disminución) en el valor de C_j.
2. **Causalidad negativa** ($W_{ij} < 0$): Indica una causalidad negativa entre los conceptos C_i y C_j, es decir, el incremento (disminución) en el valor de C_i lleva la disminución (incremento) en el valor de C_j.

3. **La no existencia de relaciones** (W_{ij} = 0): Indica la no existencia de relación causal entre C_i y C_j.

Por otra parte el análisis dinámico se centra en el análisis de escenarios y orientado a metas [48]. Permite al usuario realizar observaciones y conclusiones adicionales no disponibles mediante el simple análisis estático. Está basado en un modelo de ejecución que calcula los niveles de activación en iteraciones sucesivas de los distintos conceptos. Esta simulación requiere adicionalmente la definición de los valores iniciales para cada concepto en un vector inicial [102].

Los valores de los conceptos son calculados en cada paso de la simulación forma siguiente:

$$A_i^{(t+1)} = f\left(A_i^{(t)} + \sum_{j=1}^{N} A_j^{(t)} \cdot w_{ji}\right) \qquad (4.1)$$

donde $A_i^{(t+1)}$ es el valor del concepto C_i en el paso $t + 1$ de la simulación, $A_j^{(t)}$ es el valor del concepto C_j en el paso t de la simulación, w_{ji}es el peso de la conexión que va del concepto C_j al concepto C_i y $f(\cdot)$ es la función de activación [103]. Las principales funciones de activación reportadas en la literatura son la sigmoide y la tangente hiperbólica [103]. Estas funciones emplean un valor lambda (λ) [104]. De acuerdo al vector de entrada, el MCD convergerá a uno de los siguientes estados: punto fijo, ciclo límite o atractor caótico [105].

Los MCD han sido empleados para la toma de decisión en grupo debido a las facilidades que brinda para la agregación de modelos causales provenientes de múltiples expertos [59, 106]. Cuando participa un conjunto de expertos (k), la matriz de adyacencia del MCD colectivo se calcula de la siguiente forma:

$$E = \mu(E_1, E_2, \ldots, E_k) \qquad (4.2$$

)
siendo por lo general el operador µ la media aritmética[107] o la media aritmética ponderada.

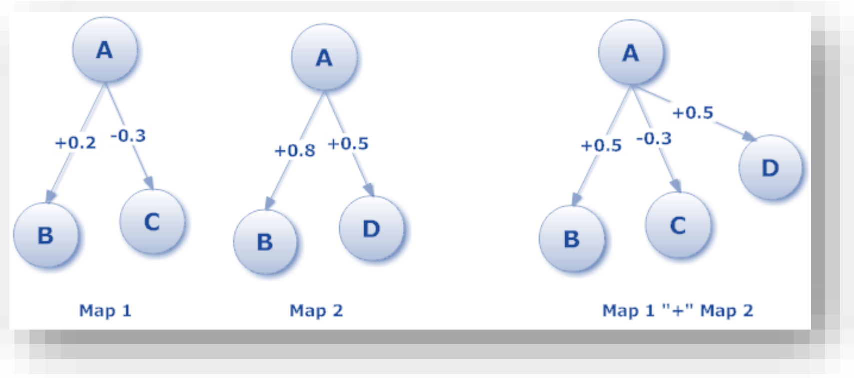


Figura 4.2. Agregación de MCD[108]

La agregación de MCD resulta especialmente útil debido a la importancia que presenta integrar conocimientos de diferentes expertos con modelos mentales diversos permitiendo la construcción de modelos mentales colectivos[109, 110].

En el proceso de agregación de los mapas cognitivos difusos se emplea fundamentalmente los operadores media y media ponderada (WA por sus siglas en inglés). Un operador WA tiene asociado un vector de pesosV, con $v_i \in [0,1]$ y $\sum_1^n v_i = 1$, teniendo la siguiente forma:

$$WA(a_1, .., a_n) = \sum_{i=1}^{n} v_i a_i \quad (4.3)$$

donde v_i representa la importancia/relevancia de la fuente de datos a_i.

Si se introduce un valor de credibilidad o fiabilidad de las fuentes se mejora este proceso realizando la agregación mediante la WA [107, 111] para la asignación de pesos se recomienda el empleo del proceso de Jerarquía Analítica (AHP por sus siglas en inglés).

Esta agregación de conocimiento permite mejorar la fiabilidad del modelo final, el cual es menos susceptible a creencias potencialmente erróneas de los expertos individuales [102]. Resulta especialmente útil además debido a la importancia que presenta integrar conocimientos de diferentes expertos con modelos mentales diversos [109]. Sin embargo, esta agregación de conocimiento es muy sensible a la presencia de valores atípicos, errores y valoraciones prejuiciadas [48, 112]. Es criterio de la autora de la investigación que este aspecto debe ser abordado desde nuevos enfoques que vayan más allá de la agregación de información mediante externos al modelo.

4.2 Mapas Cognitivos Neutrosóficos

La lógica neutrosófica es una generalización de la lógica difusa basada en el concepto de neutrosofía [38, 39]. Una matriz neutrosófica, por su parte, es una matriz donde los elementos $a = (a_{ij})$ han sido reemplazados por elementos en $\langle R \cup I \rangle$, donde $\langle R \cup I \rangle$ es un anillo neutrosófico entero [40]. Un grafo neutrosófico es un grafo en el cual al menos un arco es un arco neutrosófico [41].

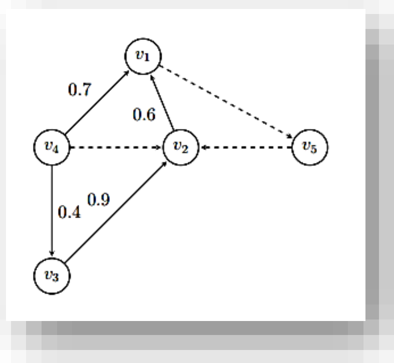


Figura. 4.3 Ejemplo MCN.

Si la indeterminación es introducida en un mapa cognitivo [42]entonces es llamado un mapa cognitivo neutrosófico, el cual resulta especialmente útil en la representación del conocimiento causal al permitir la representación y análisis de la indeterminación [38, 43].

4.3 Análisis Estático en MCN

El análisis estático en MCN se centra en la selección de los conceptos que juegan un papel más importante en el sistema modelado [113]. Se realiza a partir de la matriz de adyacencia tomando en consideración el valor absoluto de los pesos [114]. A continuación, se muestra el proceso

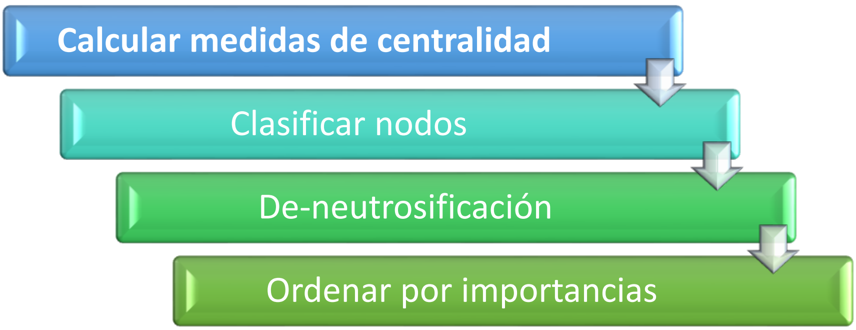


Figura 4.4: Proceso propuesto.

Las siguientes medidas se emplean en el modelo propuesto basado en los valor absolutos de la matriz de adyacencia [102]:

Outdegree $od(v_i)$ es la suma de las filas en la matriz de adyacencia neutrosófica. Refleja la fortaleza de las relaciones (c_{ij}) saliente de la variable.

$$od(v_i) = \sum_{i=1}^{N} c_{ij} \tag{4.4}$$

Indegree $id(v_i)$ es la suma de las columnas Refleja la Fortaleza de las relaciones (c_{ij}) saliente de la variable.

$$id(v_i) = \sum_{i=1}^{N} c_{ji} \quad (4.5)$$

Centralidad total (total degree $td(v_i)$), es la suma del indegree y el outdegree de la variable.

$$td(v_i) = od(v_i) + id(v_i) \quad (4.6)$$

En este caso se representa la relación entre las competencias en este caso un subconjunto de las llamadas competencias transversales de los estudiantes de sistemas [115].

Tabla 4.1. Competencias analizadas

Competencia	Descripción
c_1	Grado de capacidad para la resolución de los problemas matemáticos
c_2	Grado de comprensión y dominio de los conceptos básicos sobre las leyes de la informática
c_3	Grado de conocimientos sobre el uso y programación de los ordenadores
c_4	Grado de capacidad para resolver problemas dentro de su área de estudio
c_5	Grado motivación por el logro profesional y para afrontar nuevos retos

El NCM se desarrolla mediante la captura del conocimiento. La matriz de adyacencia neutrosófica generada se muestra en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Matriz de adyacencia.

	.7	.4		
		.9	.7	
			.9	
	.5			.9
			.7	

Las medidas de centralidad calculadas son mostradas a continuación.

Tabla 4.3: Outdegree

c_1	**1.1+I**
c_2	1.6
c_3	0.9
c_4	1.4
c_5	0.7+I

Tabla 4.4: Indegree

c_1	**0**
c_2	1.2+I
c_3	1.3
c_4	2.3+I
c_5	0.9

Tabla 3.5: Total degree

c_1	**1.1+I**
c_2	2.8+I
c_3	1.9
c_4	3.7+I
c_5	1.6+I

Los nodos se clasifican de acuerdo con las siguientes reglas:

- **Las variables transmisoras** Tienen outdegree positivo o indeterminada, y cero indegree.
- **Las variables receptoras:** Tienen una indegree indeterminado o positivo, y cero outdegree.
- **Las variables ordinarias:** Tienen un grado de indegree y outdegree distinto de cero. A continuación se clasifican los nodos:

Table 4.6: Clasificación de los nodos

Nodo	Transmisor	Receptor	Ordinaria
c_1	X		
c_2			X
c_3			X
c_4			X
c_5			X

Un análisis estático en NCM [116] el cual da como resultado inicialmente número neutrosóficos de la forma (a+bI, donde I = indeterminación) [117]. Es por ello que se requiere un procesos de-neutrosificación tal como fue propuesto por Salmerón and Smarandache [118]. I ∈[0,1] es reemplazado por sus valores máximos y mínimos.

c_1	**[1.1, 2.1]**
c_2	[3.7, 5.7]
c_3	2.18
c_4	[3.4, 4.4]
c_5	[1.6, 2.6]
c_6	[2.2, 3.2]

Tabla 3.7: De-neutroficación

Finalmente se trabaja con la media de los valores extremos para obtener un único valor [71] .

$$\lambda([a_1, a_2]) = \frac{a_1 + a_2}{2} \qquad (4.7)$$

entonces

$$A \succ B \Leftrightarrow \frac{a_1 + a_2}{2} > \frac{b_1 + b_2}{2} \qquad (4.8)$$

c_1	
c_2	4,7
c_3	2.18
c_4	3,9
c_5	2,1
c_6	2.7

Table 3.8. Mediana de los valores extremos

A partir de estos valores numéricos se obtiene el siguiente orden:

$$c_2 \succ c_4 \succ c_6 \succ c_3 \succ c_5 \succ c_1$$

En este caso la competencia más importante es:" Comprensión y dominio de los conceptos básicos sobre las leyes de la informática".

Conclusiones

En el presente trabajo se abordaron aspectos relacionados con los modelos mentales mediante modelos causales. Se trataron aspectos relacionados con la necesidad de incluir la indeterminación en las relaciones causales mediante mapas cognitivos neutrosófico. Se presentó una propuesta para el análisis estático en mapas cognitivos neutrosóficos. Se incluyeron las siguientes actividades: Calcular medidas de centralidad, Clasificar nodos, Deneutrosificación y Ordenar por importancia los nodos.

Como trabajos futuros se plantea la incorporación de nuevas métricas de centralidad en mapas cognitivos neutrosóficos. La incorporación del análisis de escenarios a la propuesta es otra área de trabajo futuro.

Referencias

1. Smarandache, F., *Neutrosophy, a new Branch of Philosophy*. 2002: Infinite Study.
2. Bal, M., M.M. Shalla, and N. Olgun, *Neutrosophic Triplet Cosets and Quotient Groups.* Symmetry, 2018. **10**(4): p. 126.
3. Smarandache, F., *A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic*, in *Philosophy*. 1999, American Research Press. p. 1-141.
4. Haibin, W., et al., *Single valued neutrosophic sets*. 2010: Infinite Study.
5. Smarandache, F., *A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrosophic Logic: Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability*. 2003: Infinite Study.
6. Sets, F., *L. Zadeh.* Information and Control.–NY, 1965(8/3): p. 338-353.
7. Brio, B.M.d. and A.S. Molina, *Redes Neuronales y Sistemas Borosos*. Segunda Edición ed. 2001: Alfaomega.
8. Klir, G.J. and B. Yuan, *Fuzzy sets and fuzzy logic*. 1995: Prentice Hall New Jersey.
9. Espinilla Estévez, M., *Nuevos modelos de evaluación sensorial con información lingüística*, in *Departamento de Informática*. 2009, Universidad de Jaén: Jaen.
10. Atanassov, K.T., *Intuitionistic fuzzy sets.* Fuzzy sets and Systems, 1986. **20**(1): p. 87-96.
11. Belnap, N.D., *A useful four-valued logic*, in *Modern uses of multiple-valued logic*. 1977, Springer. p. 5-37.
12. Zadeh, L.A. *From search engines to question-answering systems the need for new tools*. in *Fuzzy Systems, 2003. FUZZ'03. The 12th IEEE International Conference on.* 2003. IEEE.
13. Smarandache, F., *A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic.* Philosophy, 1999: p. 1-141.

14. Smarandache, F., *A Unifying Field in Logics: Neutrosophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability: Neutrsophic Logic. Neutrosophy, Neutrosophic Set, Neutrosophic Probability*. 2005: Infinite Study.
15. Wang, H., et al., *Interval Neutrosophic Sets and Logic: Theory and Applications in Computing: Theory and Applications in Computing*. 2005: Hexis.
16. Wang, H., et al., *Single valued neutrosophic sets.* Review of the Air Force Academy, 2010(1): p. 10.
17. Vázquez, M.Y.L., et al., *Modelo para el análisis de escenarios basados en mapas cognitivos difusos: estudio de caso en software biomédico.* Ingenieria y Universidad: Engineering for Development, 2013. **17**(2): p. 375-390.
18. Vázquez, M.L., et al., *Facebook como herramienta para el aprendizaje colaborativo de la inteligencia artificial.* Didasc@lia: Didáctica y Educación, 2018. **9**(1).
19. Herrera, L. and D. Muñoz, *Inteligencia artificial y lenguaje natural.* Lenguas Modernas, 2017(19): p. 157-165.
20. Wollowski, M., et al. *A Survey of Current Practice and Teaching of AI.* in *AAAI*. 2016.
21. Turing, A.M., *Computing machinery and intelligence.* Mind, 1950. **59**(236): p. 433-460.
22. González, R., *El Test de Turing: Dos mitos, un dogma.* Revista de filosofía, 2007. **63**: p. 37-53.
23. Domingos, P., *The master algorithm: How the quest for the ultimate learning machine will remake our world*. 2015: Basic Books.
24. D'Haro, L.F., et al., *CLARA: a multifunctional virtual agent for conference support and touristic information*, in *Natural Language Dialog Systems and Intelligent Assistants*. 2015, Springer. p. 233-239.
25. McTear, M., Z. Callejas, and D. Griol, *The Conversational Interface: Talking to Smart Devices*. 2016: Springer International Publishing.
26. Pant, T., *Building a Virtual Assistant for Raspberry Pi: The practical guide for constructing a voice-controlled virtual assistant*. 2016: Apress.

27. Leyva-Vázquez, M., et al., *Técnicas para la representación del conocimiento causal: un estudio de caso en Informática Médica.* Revista Cubana de Información en Ciencias de la Salud, 2013. **24**: p. 73-83.
28. Sharif, A.M. and Z. Irani, *Applying a fuzzy-morphological approach to complexity within management decision making*. 2006, Emerald Group Publishing Limited. p. 930-961.
29. Glykas, M., *Fuzzy Cognitive Maps: Advances in Theory, Methodologies, Tools and Applications*. 2010: Springer Verlag.
30. Puente Agueda, C., *Causality in Sciencie.* Pensamiento Matemático, 2011(1): p. 12.
31. Zadeh, L.A., *Fuzzy sets.* Information and Control, 1965. **8**(3): p. 338-353.
32. Sokar, I.Y., et al., *KPIs Target Adjustment Based on Trade-off Evaluation Using Fuzzy Cognitive Maps.* Australian Journal of Basic and Applied Sciences, 2011. **5**(12): p. 2048-2053.
33. Pérez-Teruel, K., et al., *Computación con palabras en la toma de decisiones mediante mapas cognitivos difusos.* Revista Cubana de Ciencias Informáticas, 2014. **8**: p. 19-34.
34. Leyva-Vázquez, M., et al., *The Extended Hierarchical Linguistic Model in Fuzzy Cognitive Maps*, in *Technologies and Innovation: Second International Conference, CITI 2016, Guayaquil, Ecuador, November 23-25, 2016, Proceedings*, R. Valencia-García, et al., Editors. 2016, Springer International Publishing: Cham. p. 39-50.
35. Kosko, B., *Fuzzy cognitive maps.* International Journal of Man-Machine Studies, 1986. **24**(1): p. 65-75.
36. Pérez-Teruel, K., M. Leyva-Vázquez, and V. Estrada-Sentí, *Mental Models Consensus Process Using Fuzzy Cognitive Maps and Computing with Words.* Ingeniería y Universidad, 2015. **19**: p. 173-188.

37. Davenport, D., *Explaining Everything*, in *Fundamental Issues of Artificial Intelligence*, V.C. Müller, Editor. 2016, Springer International Publishing: Cham. p. 341-354.
38. Smarandache, F., *A unifying field in logics: neutrosophic logic. Neutrosophy, neutrosophic set, neutrosophic probability and statistics.* 2005: American Research Press.
39. Vera, M., et al., *Las habilidades del marketing como determinantes que sustentaran la competitividad de la Industria del arroz en el cantón Yaguachi. Aplicación de los números SVN a la priorización de estrategias.* Neutrosophic Sets & Systems, 2016. **13**.
40. Kandasamy, W.V. and F. Smarandache, *Fuzzy Neutrosophic Models for Social Scientists*. 2013: Education Publisher Inc.
41. Kandasamy, W.B.V. and F. Smarandache, *Fuzzy cognitive maps and neutrosophic cognitive maps*. 2003: American Research Press.
42. Leyva-Vázquez, M., et al. *The Extended Hierarchical Linguistic Model in Fuzzy Cognitive Maps*. in *Technologies and Innovation: Second International Conference, CITI 2016, Guayaquil, Ecuador, November 23-25, 2016, Proceedings 2*. 2016. Springer.
43. Leyva-Vázquez, M., et al., *Técnicas para la representación del conocimiento causal: un estudio de caso en Informática Médica.* Revista Cubana de información en ciencias de la salud, 2013. **24**(1): p. 73-83.
44. Şahin, R. and M. Yiğider, *A Multi-criteria neutrosophic group decision making metod based TOPSIS for supplier selection.* arXiv preprint arXiv:1412.5077, 2014.
45. Mata, F., *Modelos para Sistemas de Apoyo al Consenso en Problemas de Toma de Decisión en Grupo definidos en Contextos Lingüisticos Multigranulares*. 2006, Doctoral Thesis.
46. Barberis, G.F. and M.C.E. Ródenas, *La Ayuda a la Decisión Multicriterio: orígenes, evolución y situación actual,* in *VI Congreso Internacional de Historia de la Estadística y de la Probabilidad.* . 2011: Valencia.

47. Herrera, F., et al., *Computing with words in decision making: foundations, trends and prospects*. 2009, Springer. p. 337-364.
48. Leyva-Vázquez, M., *Modelo de Ayuda a la Toma de Decisiones Basado en Mapas Cognitivos Difusos*. 2013, UCI: La Habana.
49. Aznar, J. and F. Guijarro, *Nuevos métodos de Valoración. Valoración multicriterio*. 1ra Edición ed. 2005, Valencia, España.
50. El-Gallad, A.I. and M.E. El-Hawary. *A Swarm Optimizer Based on Multi-Criterion Decision Making, part I: Theoretical investigation*. in *Power Engineering, 2006 Large Engineering Systems Conference on*. 2006.
51. El-Gallad, A.I. and M.E. El-Hawary. *A Swarm Optimizer Based on Multi-Criterion Decision Making, Part II: Case Study*. in *Electrical and Computer Engineering, 2007. CCECE 2007. Canadian Conference on*. 2007.
52. Martínez, E. and M. Escudey, *Evaluación y decisión multicriterio: reflexiones y experiencias*. 1998: UNESCO.
53. Vitoriano, B., *TEORÍA DE LA DECISIÓN: Decisión con Incertidumbre, Decisión Multicriterio y Teoría de Juegos*. 2007.
54. Cho, K.T., *Multicriteria decision methods: an attempt to evaluate and unify*. Mathematical and computer modelling, 2003. **37**(9): p. 1099-1119.
55. Hendriks, M.M.W.B., et al., *Multicriteria decision making*. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 1992. **16**(3): p. 175-191.
56. Munier, N., *A Strategy for Using Multicriteria Analysis in Decision-making: A Guide for Simple and Complex Environmental Projects*. 2011: Springer.
57. Salmeron, J.L. and C. Lopez, *A multicriteria approach for risks assessment in ERP maintenance*. Journal of Systems and Software. **83**(10): p. 1941-1953.
58. Herrera, F., L. Martı□nez, and P.J. Sánchez, *Managing non-homogeneous information in group decision making*.

European Journal of Operational Research, 2005. **166**(1): p. 115-132.
59. Khan, M.S. and M. Quaddus, *Group Decision Support Using Fuzzy Cognitive Maps for Causal Reasoning.* Group Decision and Negotiation, 2004. **13**(5): p. 463-480.
60. Rivieccio, U., *Neutrosophic logics: Prospects and problems.* Fuzzy Sets and Systems, 2008. **159**(14): p. 1860-1868.
61. Lai, V.S., B.K. Wong, and W. Cheung, *Group decision making in a multiple criteria environment: A case using the AHP in software selection.* European Journal of Operational Research, 2002. **137**(1): p. 134-144.
62. Mata, F., L. Martínez, and E. Herrera-Viedma, *An adaptive consensus support model for group decision-making problems in a multigranular fuzzy linguistic context.* Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, 2009. **17**(2): p. 279-290.
63. Mehrjerdi, Y.Z., *Group decision making process for RFID-based system selection using fuzzy TOPSIS approach.* Artificial Intelligence Research, 2013. **2**(3): p. p1.
64. Saaty, T.L., *Group decision making and the AHP.* The analytic hierarchy process: applications and studies, 1989: p. 59-67.
65. Shih, H.-S., H.-J. Shyur, and E.S. Lee, *An extension of TOPSIS for group decision making.* Mathematical and computer modelling, 2007. **45**(7): p. 801-813.
66. Leyva Vázquez, M.Y., et al., *Mapas cognitivos difusos para la selección de proyectos de tecnologías de la información.* Contaduría y Administración, 2013. **58**: p. 95-117.
67. Clemen, R.T., *Making hard decisions: an introduction to decision analysis*. 1996: Duxbury Pres.
68. Ye, J., *Single-valued neutrosophic minimum spanning tree and its clustering method.* Journal of intelligent Systems, 2014. **23**(3): p. 311-324.
69. Torra, V. and Y. Narukawa, *Modeling decisions: information fusion and aggregation operators*. 2007: Springer.

70. Yager, R.R., *On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decisionmaking.* Systems, Man and Cybernetics, IEEE Transactions on, 1988. **18**(1): p. 183-190.
71. Merigó, J., *New extensions to the OWA operators and its application in decision making*, in *Department of Business Administration, University of Barcelona*. 2008.
72. R. R. Yager, *Quantifier guided aggregation using OWA operators.* International Journal of Intelligent Systems, 1996. **11**(1): p. 49–73.
73. Torra, V., *The weighted OWA operator.* International Journal of Intelligent Systems, 1997. **12**(2): p. 153-166.
74. Saaty, T.L., *What is the analytic hierarchy process?*, in *Mathematical models for decision support*. 1988, Springer. p. 109-121.
75. Ye, J., *A multicriteria decision-making method using aggregation operators for simplified neutrosophic sets.* Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2014. **26**(5): p. 2459-2466.
76. Biswas, P., S. Pramanik, and B.C. Giri, *TOPSIS method for multi-attribute group decision-making under single-valued neutrosophic environment.* Neural computing and Applications, 2016. **27**(3): p. 727-737.
77. Torra, V., *Aggregation Operators*, in *On Fuzziness*. 2013, Springer. p. 691-695.
78. Dujmović, J.J. and H. Nagashima, *LSP method and its use for evaluation of Java IDEs.* International journal of approximate reasoning, 2006. **41**(1): p. 3-22.
79. Nogués, J.B., *Semantic recommender systems. Provision of personalized information about tourist activities*, in *Department of Computer Science and Mathematics*. 2015, Universitat Rovira i Virgili.
80. Espinilla, M., et al., *A 360-degree performance appraisal model dealing with heterogeneous information and dependent criteria.* Information Sciences, 2012.
81. Liu, P. and H. Li, *Multiple attribute decision-making method based on some normal neutrosophic Bonferroni*

mean operators. Neural Computing and Applications, 2017. **28**(1): p. 179-194.

82. Biswas, P., S. Pramanik, and B.C. Giri, *Value and ambiguity index based ranking method of single-valued trapezoidal neutrosophic numbers and its application to multi-attribute decision making.* Neutrosophic Sets and Systems, 2016. **12**(unknown): p. 127-137.
83. Liu, P. and F. Teng, *Multiple attribute decision making method based on normal neutrosophic generalized weighted power averaging operator.* International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2018. **9**(2): p. 281-293.
84. Deli, I., *Linear weighted averaging method on SVN-sets and its sensitivity analysis based on multi-attribute decision making problems.* 2015.
85. Leiva, J.L., et al., *Realidad aumentada y sistemas de recomendación grupales: Una nueva perspectiva en sistemas de destinos turísticos.* Estudios y perspectivas en turismo, 2014. **23**(1): p. 40-59.
86. Dietmar Jannach, *Tutorial: Recommender Systems,* in *International Joint Conference on Artificial Intelligence Beiji ng, August 4, 2013.* 2013.
87. Cordón, L.G.P., *Modelos de recomendación con falta de información. Aplicaciones al sector turístico.* 2008, Universidad de Jaén.
88. Freire, J.B., et al., *Modelo de recomendación de productos basado en computación con palabras y operadores OWA [A product recommendation model based on computing with word and OWA operators].* International Journal of Innovation and Applied Studies, 2016. **16**(1): p. 78.
89. Herrera, F. and L. Martínez, *A 2-tuple fuzzy linguistic representation model for computing with words.* Fuzzy Systems, IEEE Transactions on, 2000. **8**(6): p. 746-752.
90. Salama, A., et al., *Review of recommender systems algorithms utilized in social networks based e-Learning systems & neutrosophic system.* Neutrosophic Sets and Systems, 2015. **8**: p. 32-40.

91. Arroyave, M.R.M., A.F. Estrada, and R.C. González, *Modelo de recomendación para la orientación vocacional basado en la computación con palabras [Recommendation models for vocational orientation based on computing with words].* International Journal of Innovation and Applied Studies, 2016. **15**(1): p. 80.

92. Pérez-Teruel, K., M. Leyva-Vázquez, and V. Estrada-Sentí, *Mental models consensus process using fuzzy cognitive maps and computing with words.* Ingeniería y Universidad, 2015. **19**(1): p. 173-188.

93. Pérez, L., *Modelo de recomendación con falta de información. Aplicaciones al sector turístico.* 2008, Tesis doctoral. Universidad de Jaén.

94. Pérez-Teruel, K., M. Leyva-Vázquez, and V. Estrada-Sentí, *Mental Models Consensus Process Using Fuzzy Cognitive Maps and Computing with Words.* Ingenieria y Universidad, 2015. **19**(1): p. 7-22.

95. Arroyave, M.R.M., A.F. Estrada, and R.C. González, *Modelo de recomendación para la orientación vocacional basado en la computación con palabras* International Journal of Innovation and Applied Studies, 2016. **Vol. 15** (No. 1): p. 80-92.

96. Pérez-Teruel, K. and M. Leyva-Vázquez, *Neutrosophic logic for mental model elicitation and analysis.* Neutrosophic Sets and Systems, 2012: p. 30.

97. Pérez Teruel, K., et al., *Proceso de consenso en modelos mentales y aplicación al desarrollo de software ágil en bioinformática.* Revista Cubana de Información en Ciencias de la Salud, 2014. **25**(3): p. 318-332.

98. Hernández-Díaz, N., M. Yelandy-Leyva, and B. Cuza-García, *Modelos causales para la Gestión de Riesgos.* Revista Cubana de Ciencias Informáticas, 2013. **7**(4): p. 58-74.

99. Ping, C.W., *A Methodology for Constructing Causal Knowledge Model from Fuzzy Cognitive Map to Bayesian Belief Network*, in *Department of Computer Science.* 2009, Chonnam National University.

100. Zhi-Qiang, L.I.U., *Causation, bayesian networks, and cognitive maps.* ACTA AUTOMATICA SINICA, 2001. **27**(4): p. 552-566.
101. Kandasamy, W.V. and F. Smarandache, *Fuzzy cognitive maps and neutrosophic cognitive maps*. 2003: Infinite Study.
102. Stach, W., L. Kurgan, and W. Pedrycz, *Expert-Based and Computational Methods for Developing Fuzzy Cognitive Maps*, in *Fuzzy Cognitive Maps*, M. Glykas, Editor. 2010, Springer: Berlin. p. 23-41.
103. Bueno, S. and J.L. Salmeron, *Benchmarking main activation functions in fuzzy cognitive maps.* Expert Systems with Applications., 2009. **36**(3): p. 5221-5229.
104. Papageorgiou, E.I. and J.L. Salmeron., *A Review of Fuzzy Cognitive Maps research during the last decade.* IEEE Transactions on Fuzzy Systems., 2012.
105. Axelrod, R.M., *Structure of decision: The cognitive maps of political elites*. 1976: Princeton University Press Princeton, NJ.
106. Bradley, R., F. Dietrich, and C. List. *Aggregating causal judgements*. 2006 [cited 2012 April 18]; Available from: http://eprints.lse.ac.uk/20088/.
107. Kosko, B., *Hidden patterns in combined and adaptive knowledge networks.* International Journal of Approximate Reasoning, 1988. **2**(4): p. 377-393.
108. Espinoza, M.L., *A Fuzzy Cognitive Maps Based Model for Individual Travel Behaviour*. 2012, Hasselt University.
109. Goodier, C., et al., *Causal mapping and scenario building with multiple organisations.* Futures, 2010. **42**(3): p. 219-229.
110. Yesil, E., et al. *Control engineering education critical success factors modeling via Fuzzy Cognitive Maps*. in *Information Technology Based Higher Education and Training (ITHET), 2013 International Conference on*. 2013. IEEE.

111. Stach, W., L. Kurgan, and W. Pedrycz, *A divide and conquer method for learning large Fuzzy Cognitive Maps.* Fuzzy Sets and Systems, 2010. **161**(19): p. 2515-2532.
112. Groumpos, P., *Fuzzy Cognitive Maps: Basic Theories and Their Application to Complex Systems*, in *Fuzzy Cognitive Maps*. 2010, Springer Berlin / Heidelberg. p. 1-22.
113. Stach, W., *Learning and aggregation of fuzzy cognitive maps-An evolutionary approach*. 2011, University of Alberta.
114. Bello Lara, R., et al., *Modelo para el análisis estático en grafos difusos basado en indicadores compuestos de centralidad.* Revista Cubana de Ciencias Informáticas, 2015. **9**(2): p. 52-65.
115. Antepara, E.J.H., et al., *Competencies Interdepencies Analysis based on Neutrosophic Cognitive Mapping.* Neutrosophic Sets and Systems, 2017: p. 89.
116. Pérez-Teruel, K. and M. Leyva-Vázquez, *Neutrosophic logic for mental model elicitation and analysis.* Neutrosophic Sets and Systems, 2012: p. 31-3.
117. Smarandache, F., *Refined literal indeterminacy and the multiplication law of sub-indeterminacies.* Neutrosophic Sets and Systems, 2015. **9**: p. 58-63.
118. Salmerona, J.L. and F. Smarandacheb, *Redesigning Decision Matrix Method with an indeterminacy-based inference process.* Multispace and Multistructure. Neutrosophic Transdisciplinarity (100 Collected Papers of Sciences), 2010. **4**: p. 151.

La neutrosofía es una nueva rama de la filosofía la cual estudia el origen, naturaleza y alcance de las neutralidades creada por el Profesor Florentin Smarandache. La lógica y los conjuntos neutrosóficos por su parte, constituyen una generalización de la lógica y los conjuntos difusos de Zadeh, y especialmente de la lógica intuicionista de Atanassov, con múltiples aplicaciones en el campo de la toma de decisiones, segmentación de imágenes y aprendizaje automático, por citar solo algunos ejemplos.

El presente libro muestra los avances en la neutrosofía llevados al idioma español. Además, presenta implementaciones computacionales utilizando los cuadernos de Jupyter. Constituye un avance a la aplicación de la neutrosofía en distintas situaciones prácticas. Es un avance en especial para el público para los hispanoparlantes. El capítulo 1 aborda la introducción a la neutrosofía y su evolución. El capítulo 2 está dedicado a distintos modelos de toma de decisiones. El capítulo 3 por su parte es dedicado a los modelos de recomendación basados en conocimiento y el capítulo 4 a los mapas cognitivos neutrosóficos.

ISBN 978-1-59973-572-6

9 781599 735726 >